აბსტრაქტი

პროცესების ოპტიმალური მართვის თეორიის ინტენსიური განვითარება დაფუძნებულია მის მრავალმხრივ გამოყენებებზე. პროცესების უმრავლესობა, რომელთანაც გვაქვს საქმე პრაქტიკაში, მართვადია და ამიტომაც მათი რეალიზაციისას მნიშვნელოვანია მივიღოთ ოპტიმალური გადაწყვეტილება. საუკეთესო გადაწყვეტილების პოვნა და შესაბამისი პროგრამული ფუნქციების შექმნის საჭიროება არსებობს ყველგან.

ხშირად პრაქტიკულად მნიშვნელოვანი პროცესები აღიწერებიან არალოკალური სასაზღვრო პირობების მქონე კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებებით. არალოკალური სასაზღვრო ამოცანები ბუნებრივი სახით მიიღებიან რეალური პროცესებისა და მოვლენების მათემატიკური მოდელების აგებისას სიმკვრივის თეორიიდან, დიფუზური პროცესებიდან, ქიმიური რეაქციის კინეტიკის, დრეკადობისა და გარსთა თეორიიდან და სხვა. საკმაოდ ხშირად გვხდება არალოკალური სასაზღვრო ამოცანები მათემატიკური მოდელირებისას ბიოლოგიაშიც. კერძოდ, ასეთი ამოცანები მიიღება მიკრობების პოპულაციის გამრავლების პროცესების მოდელირებისას. ამიტომაც ასეთი სისტემების მართვის პრობლემების შესწავლა, რომელიმე პროგრამულ გარემოში შესაბამისი მართვის სისტემების ფუნქციების შექმნა, მეტად მნიშვნელოვანია.

კვლევის მიზანს წარმოადგენს m-წერტილოვანი არალოკალური სასაზღვრო ამოცანებისთვის ოპტიმალური მართვის საკითხების თეორიული საფუძვლების კვლევა, პრაქტიკული თვალსაზრისით კვლევის მიზანია - Mathcad–ის გარემოში ამოხსნის შესაბამისი პროგრამების დამუშავება, Mathcad–ის შესაძლებლობების გაფართოება, m-წერტილოვანი არალოკალური ამოცანების ამოხსნის ფუნქციების შექმნა, Mathcad-ში m-წერტილოვანი არალოკალური და არაკლასიკური სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნის დაჩქარებული ალგორითმების შესაბამისი ფუნქციების შექმნა. მეთოდების ანალიზი, შედეგების ცხრილური და გრაფიკული წარმოდგენა.

კვლევის ძირითადი შედეგებია:

- მიღებულია ოპტიმალობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები წრფივი ელიფსური ტიპის განტოლებებისათვის m-წერტილოვანი არალოკალური სასაზღვრო ამოცანებისთვის. დამტკიცებულია არაკლასიკური შეუღლებული ამოცანების $W_2^2\left(G\setminus\bigcup_{k=1}^{m}\gamma_k\right)\cap \overset{0}{W}{}_2^1(G)$ სივრცეში განზოგადოებული ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის თეორემა.
- ოპტიმალობის აუცილებელი და საკმარისი პირობების საფუძველზე m-წერტილოვანი არალოკალური სასაზღვრო ამოცანებისთვის აგებულია ამოხსნის რიცხვითი ალგორითმები.
- შექმნილია $\mathrm{PDE\_Solve}(a,b,c,d,e,f,u,\varepsilon,\sigma)$ ფუნქცია Mathcad-ში, რომელიც უზრუნველყოფს ჰელმჰოლცის განტოლებისათვის დირიხლეს სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნას.
- RFP, EDG და MEDG მეთოდების გამოყენებით შექმნილია

$\mathrm{RFP\_PDE\_Solve}(a,b,c,d,e,f,u,\varepsilon,\sigma)$,

$$\mathrm{EDG\_PDE\_Solve}(a,b,c,d,e,f,u,\varepsilon,\sigma)$$

$$\mathrm{MEDG\_PDE\_Solve}(a,b,c,d,e,f,u,\varepsilon,\sigma)$$

ფუნქციები Mathcad-ში, რომლებიც უზრუნველყოფს ჰელმჰოლცის განტოლებისათვის დირიხლეს სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნას.

- შექმნილია

$$\mathrm{Nonlocal\_RFP\_PDE\_Solve}(a,b,c,d,e,f,u,\varepsilon,\sigma),$$

$$\mathrm{Nonlocal\_EDG\_PDE\_Solve}(a,b,c,d,e,f,u,\varepsilon,\sigma),$$

$$\mathrm{Nonlocal\_MEDG\_PDE\_Solve}(a,b,c,d,e,f,u,\varepsilon,\sigma)$$

ფუნქციები, რომლებიც უზრუნველყოფს m-წერტილოვანი არალოკალური სასაზღვრო ამოცანის მიახლოებითი ამონახსნის პოვნას. ამ ალგორითმში იტერაციის ყოველ ეტაპზე დირიხლეს სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნა ხდება უკვე განხილული $\mathrm{RFP\_PDE\_Solve}(a,b,c,d,e,f,u,\varepsilon,\sigma)$, $\mathrm{EDG\_PDE\_Solve}(a,b,c,d,e,f,u,\varepsilon,\sigma)$ -და $\mathrm{MEDG\_PDE\_Solve}(a,b,c,d,e,f,u,\varepsilon,\sigma)$ ფუნქციების გამოყენებით.

- შექმნილია :

$$\mathrm{Nonclassical\_RFP\_PDE\_Solve}(a,b,c,d,e,f,u,\varepsilon,\sigma),$$

$$\mathrm{Nonclassical\_EDG\_PDE\_Solve}(a,b,c,d,e,f,u,\varepsilon,\sigma),$$

$$\mathrm{Nonclassical\_MEDG\_PDE\_Solve}(a,b,c,d,e,f,u,\varepsilon,\sigma)$$

ფუნქციები, რომლებიც უზრუნველყოფს m-წერტილოვანი არაკლასიკური სასაზღვრო ამოცანის მიახლოებითი ამონახსნის პოვნას. ამ ალგორითმში იტერაციის ყოველ ეტაპზე დირიხლეს სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნა ხდება უკვე განხილული $\mathrm{RFP\_PDE\_Solve}(a,b,c,d,e,f,u,\varepsilon,\sigma)$, $\mathrm{EDG\_PDE\_Solve}(a,b,c,d,e,f,u,\varepsilon,\sigma)$ -და $\mathrm{MEDG\_PDE\_Solve}(a,b,c,d,e,f,u,\varepsilon,\sigma)$ ფუნქციების გამოყენებით.

- მოცემულია სამოდელო ამოცანებზე პრაქტიკულად ჩატარებული რიცხვითი ექსპერიმენტების შედარებითი ანალიზი. შედეგები შეესაბამება მიღებულ თეორიულ შეფასებებს.