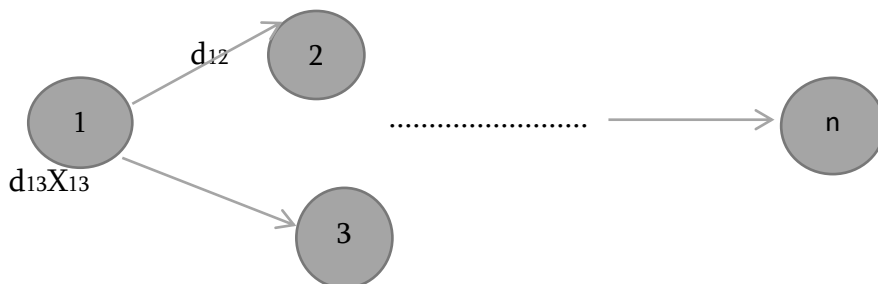


ქსელური მოდელები და ქსელის ოპტიმიზაცია

განვიხილავთ მინიმალური მანძილისა და მაქსიმალური ნაკადის ოპტიმიზაციის მოდელებსა და ამოხსნის ალგორითმებს.

მინიმალური მანძილი ქსელში

ვთქვათ, ქსელს აქვს შემდეგი სახე



ამოცანის მიზანია, გავიგოთ მინიმალური მანძილი 1-დან მე-n კვანძამდე.

მათემატიკური მოდელირება:

პირველ რიგში, x_{ij} ბინალური ცვლადით აღვნიშნოთ ამოცანის უცნობი სიდიდეები

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{თუ } i \rightarrow j \\ 0, & \text{საწინააღმდეგო შემთხვევაში} \end{cases}$$

მინიმალური მანძილის გამოსათვლელად გვაქვს შემდეგი ფორმულა:

$$L = d_{12}x_{12} + d_{13}x_{13} + d_{14}x_{14} + d_{23}x_{23} + \dots + d_{45}x_{45} = \sum_i \sum_j d_{ij}x_{ij}$$

სადაც d_{ij} არის i -ური კვანძიდან j -ურ კვანძში გამავალი რკალის სიგრძე.

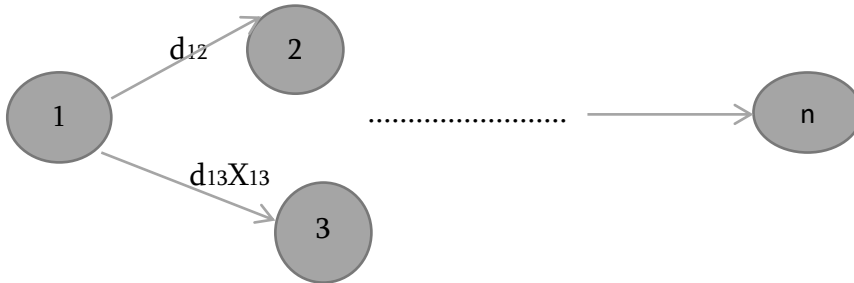
ყოველ კვანძში უცნობმა სიდიდემ უნდა დააკმაყოფილოს შემდეგი შეზღუდვები:

$$\begin{cases} \sum_j x_{1j} = 1 \\ \sum_i x_{ik} - \sum_j x_{kj} = 0 \\ \sum_i x_{in} = 1 \\ x_{ij} \rightarrow \text{bin} \end{cases}$$

მაქსიმალური ნაკადი ქსელში

ფორდ-ფალკენსონის თეორემა: მაქსიმალური ნაკადი წრფივ ორიენტირებულ ქსელში ტოლია ყველა შესაძლო ჭრილების გამტარიანობას შორის მინიმალურის.

პირველ რიგში უნდა განვსაზღვროთ მოცემული ამოცანის მათემატიკური მოდელი:



მიზნის ფუნქციას ექნება შემდეგი სახე - $L = Y \rightarrow \max$,

რომელიც უნდა იყოს მაქსიმალური შემდეგ შეზღუდვებში:

$$\begin{cases} \sum_j x_{1j} = V \\ \sum_i x_{ik} - \sum_j x_{kj} = 0 \\ \sum_i x_{in} = V \\ 0 \leq x_{ij} \leq d_{ij} \end{cases}$$

სადაც

- d_{ij} არის i -ური კვანძიდან j -ურში გამავალი რკალის გამტარუნარიანობა.
- X_{ij} - არის ნაკადი, რომელმაც გაიარა i - დან j -ში;
- 1 - ქსელის სათავე;
- n- არის ქსელის ბოლო;

მაქსიმალური ნაკადი ქსელში

თეორემა (ფორდ-ვალკენსონის) მაქსიმალური ნაკადი წრფივ ორიენტირებულ ქსელში ტოლია ყველა შესაძლო ჭრილების გამტარიანობას შორის მინიმალურის.

X_{ij} - არის ნაკადი, რომელმაც გაიარა i - დან j -ში;

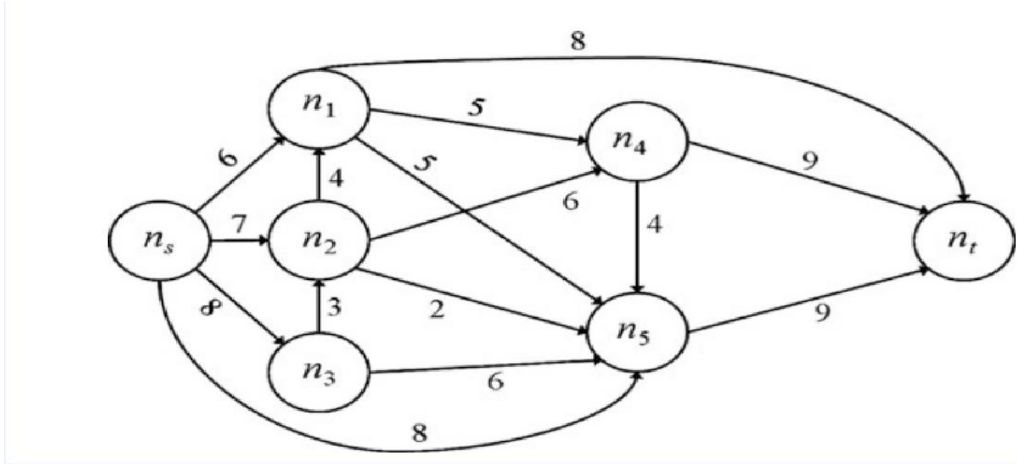
l - ქსელის სათავე;

n - არის ქსელის ბოლო;

C_{ij} - არის რკალის გამტარიანობა;

1. მაგალითი

ჩვენს მიზანს წარმოადგენს ქვემოთ მოცემულ ქსელში ვიპოვოთ მაქსიმალური ნაკადის მოცულობა.



მოცემულ შემთხვევაში უცნობ სიდიდეს წარმოადგენს „ნაკადის მოცულობა კვანძებს შორის“, რომელიც აღვნიშნოთ x_{ij} -ით. რაც გულისხმობს იმას, რომ i -ური კვანძიდან j -ურ კვანძში გადაადგილებული ნაკადის მოცულობა არის x . იქედან გამომდინარე, რომ ამოცანის მიზანს წარმოადგენს ქსელის მაქსიმალური ნაკადის განსაზღვრა, მიზნის ფუნქცია შეგვიძლია ჩამოაყალიბოთ შემდეგი სახით:

$$L = V \rightarrow \max$$

რომელიც უნდა იყოს მაქსიმალური შემდეგ შეზღუდვებში:

$$s: X_{s1} + X_{s2} + X_{s3} + X_{s5} - V = 0$$

$$1: X_{s1} + X_{21} - X_{1t} - X_{14} - X_{15} = 0$$

$$2: X_{s2} + X_{32} - X_{21} - X_{24} - X_{25} = 0$$

$$3: X_{s3} - X_{32} - X_{35} = 0$$

$$4: X_{14} + X_{24} - X_{45} - X_{4t} = 0$$

$$5: X_{s5} + X_{35} + X_{25} + X_{15} + X_{45} - X_{5t} = 0$$

$$t: X_{4t} + X_{5t} + X_{1t} - V = 0$$

$$0 \leq X_{s1} \leq 6$$

$$0 \leq X_{s2} \leq 7$$

$$0 \leq X_{s3} \leq 8$$

$$0 \leq X_{s5} \leq 8$$

$$0 \leq X_{21} \leq 4$$

$$0 \leq X_{32} \leq 3$$

$$0 \leq X_{1t} \leq 8$$

$$0 \leq X_{14} \leq 5$$

$$0 \leq X_{15} \leq 5$$

$$0 \leq X_{24} \leq 6$$

$$0 \leq X_{25} \leq 2$$

$$0 \leq X_{35} \leq 6$$

$$0 \leq X_{45} \leq 4$$

$$0 \leq X_{4t} \leq 9$$

$$0 \leq X_{5t} \leq 9$$

შესრულების მეთოდი ექსელში:

ავაგოთ შემდეგი სახის ცხრილი:

Xs1	Xs2	Xs3	Xs5	X21	X32	X1t	X14	X15	X24	X25	X35	X45	X4t	X5t	V
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
6	7	8	8	4	3	8	5	5	6	2	6	4	9	9	
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
1	0	0	0	1	0	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	-1	1	0	0	0	-1	-1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	-1	1	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	-1	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	-1

მიზნის ფუნქცია	1
----------------	---

3	0
-1	0
-1	0
-1	0
0	0
4	0
2	0

მიზნის ფუნქცია განისაზღვრება როგორც =Q18. დავდგეთ მიზნის ფუნქციის ველში, ავირჩიოთ data → solver ფუნქცია და შევიყვანოთ შემდეგი მონაცემები:

მივიღებთ შემდეგ მონაცემებს:

Xs1	Xs2	Xs3	Xs5	X21	X32	X1t	X14	X15	X24	X25	X35	X45	X4t	X5t	V
6	7	4	8	4	3	8	2	0	6	0	1	0	8	9	25
6	7	8	8	4	3	8	5	5	6	2	6	4	9	9	
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
1	0	0	0	1	0	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	-1	1	0	0	0	-1	-1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0

მიზნის ფუნქცია	25
----------------	----

0	0
0	0
0	0
0	0

0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	-1	-1	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	-1	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	-1

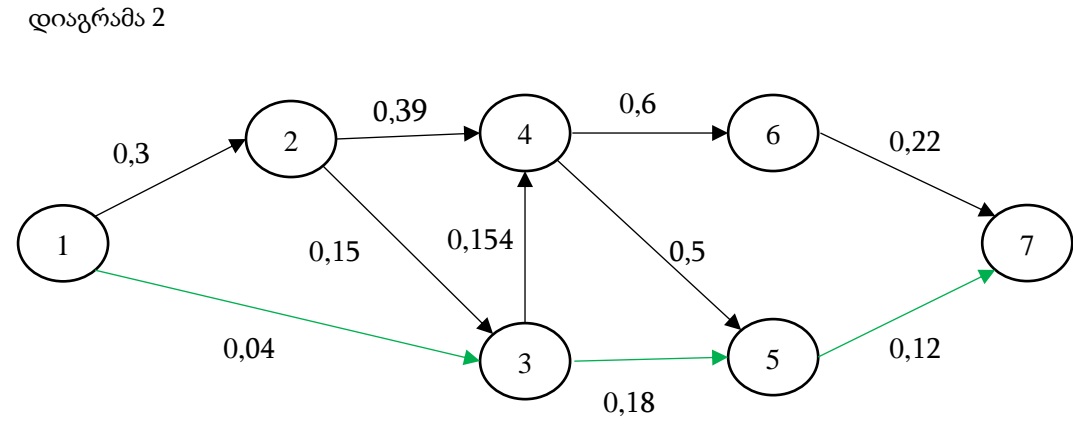
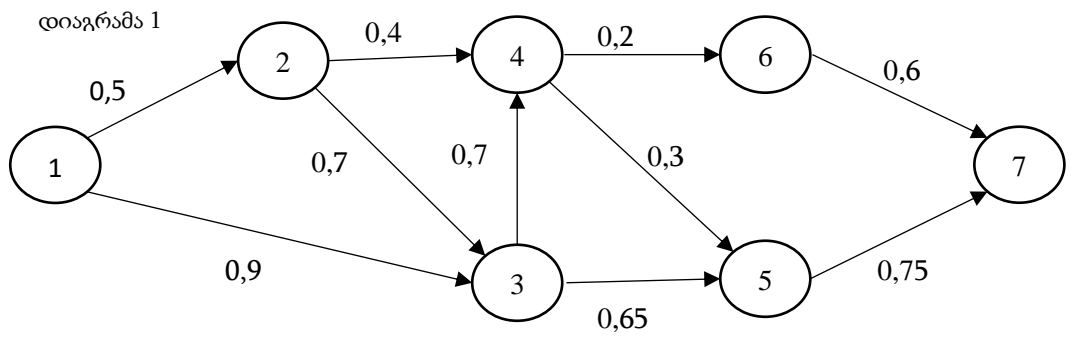
0	0
0	0
0	0

რაც იმას ნიშნავს, რომ მაქსიმალური ნაკადის მოცულობა ტოლია 25-ის, ხოლო x_{ij} -ის მნიშვნელობები განისაზღვრა შემდეგნაირად: $x_{s1}=6, x_{s2}=7, x_{s3}=4, x_{s5}=8, x_{21}=4, x_{32}=3, x_{1t}=8, x_{14}=2, x_{15}=0, x_{24}=6, x_{25}=0, x_{35}=1, x_{45}=0, x_{4t}=8, x_{5t}=9$.

ყველაზე საიმედო მარშრუტი

ქეით სმარტი ყოველდღიურად სამსახურში ავტომობილით მიდის, მან დაასრულა კურსები ქსელეხს ანალიზში და ეხლა შეუძლია განსაზღვროს უმოკლესი მარშრუტი სახლდან სამუშაომდე. სამწუხაროდ იმ მარშრუტს, რომელიც შეარჩია პატრულირებს პოლიცია და გადასახდელი ჯარიმების გათვალისწინებით, უმოკლესი გზა არ აღმოჩნდა საუკეთესო გამოსავალი. წარმოდგენილი გვაქვს ქსელი, რომელიც გვიჩვენებს გაჩერების და არ გაჩერების ალბათობებს.

ამოცანის გამოსახვისა და ამოხსნისათვის შეგვიძლია გამოვიყენოთ ლოგარითმები. მონაცემების ალბათობები დაიყვანება, მონაცემთა ლოგარითმების ჯამზე, ანუ: $p_{1k} = p_1 \times p_2 \times \dots \times p_k$, გარდაიქმნება $\log p_{1k} = \log p_1 + \log p_2 + \dots + \log p_k$ გამოსახულებად. აქედან ფუნქციები p_{1k} და $\log p_{1k}$ მცირდება k-ით, ე.ი. p_{1k} -ს მაქსიმიზაცია ტოლფასია $\log p_{1k}$ -ს მაქსიმიზაციისა და ორივე ტოლფასია $-\log p_{1k}$ -ს მინიმიზაციისა. ამიტომ ყველა p_j -ს, $-\log p_j$ -თ ჩანაცვლებთ, გამოვითვლით მინიმალურ მანძილს ქსელში. იხილეთ ყოველივე აღნიშნული ქსელის სახით:



სმარტის მიზანია უმოკლესი მარშუტის შერჩევა ისე, რომ მაქსიმალურად გაიზარდოს ჯარიმების არარსებობის ალბათობა.

$$U_i = \min \{U_j + D_{ij}\}, i < j$$

$$U_i = 0 \quad i=1-n$$

1. $U_1 = 0$
2. $U_2 = \min \{U_1 + D_{12}\} = \{0 + 2\} = 2 \quad i=1$
3. $U_3 = \min \{U_1 + D_{13} \quad U_2 + d_{23}\} = \min \{0 + 1, 2 + 7\} = 1 \quad i=1$
4. $U_4 = \min \{U_2 + D_{24} \quad U_3 + d_{34}\} = \min \{2 + 4, 1 + 2, \} = 3 \quad i=3$
5. $U_5 = \min \{U_3 + d_{35} \quad U_4 + d_{45}\} = \min \{1 + 8, 3 + 1\} = 4 \quad i=4$
6. $U_6 = \min \{U_4 + d_{46}\} = \min \{3 + 3\} = 9 \quad i=4$
7. $U_7 = \min \{U_6 + d_{67} \quad U_5 + d_{57}\} = \min \{9 + 10, 4 + 5\} = 9 \quad i=5$

ამოვხსნათ წრფივი პროგრამირებით: პირველ რიგში შემოგვაქვს ცვლადი d_{ij} სადაც $i \rightarrow j$ არის მანძილი ქსელებს შორის; X_{ij} კი არის ბინალური ცვლადი $X_{ij} \rightarrow \text{bin}$ სადაც

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{თუ } i \rightarrow j \\ 0, & \text{წინააღმდეგ შემთხვევაში} \end{cases}$$

მათემატიკური მოდელი :

მიზნის ფუნქცია:

$$L = 0,3X_{12} + 0,04X_{13} + 0,15X_{23} + \dots + 0,22X_{67} \rightarrow \min$$

შეზღუდვები:

$$X_{12} + X_{13} = 1$$

$$X_{12} - X_{23} - X_{24} = 0$$

$$X_{13} + X_{23} - X_{34} - X_{35} = 0$$

$$X_{24} + X_{34} - X_{45} - X_{46} = 0$$

$$X_{35} + X_{45} - X_{57} = 0$$

$$X_{46} - X_{67} = 0$$

$$X_{57} + X_{67} = 1$$

$$X_{ij} \rightarrow \text{bin}$$

ამოვხსნათ ექსელში:

	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
X12	X13	X23	X24	X34	X35	X45	X46	X57	X67	
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0
	0	1	1	0	-1	-1	0	0	0	0
	0	0	0	1	1	0	-1	-1	0	0
	0	0	0	0	0	1	1	0	-1	0
	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1
	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
	0,3	0,04	0,15	0,39	0,154	0,18	0,5	0,6	0,12	0,22

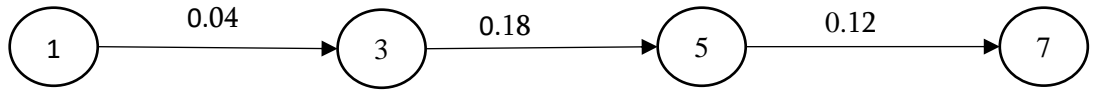
შეზღუდვების შესაბამისი მატრიცა ავაგეთ, ამის შემდეგ კი საჭიროა მიზნის ფუნქციის გამოთვლა და ცვლადების ჯამის პოვნა.

	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
X12	X13	X23	X24	X34	X35	X45	X46	X57	X67			L
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		2,654
	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	1
	1	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	-1	0
	0	1	1	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	1	0	-1	-1	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	1	1	0	-1	0	1	0
	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2	1
	0,3	0,04	0,15	0,39	0,154	0,18	0,5	0,6	0,12	0,22		

მივიღებთ შემდეგ პასუხს:

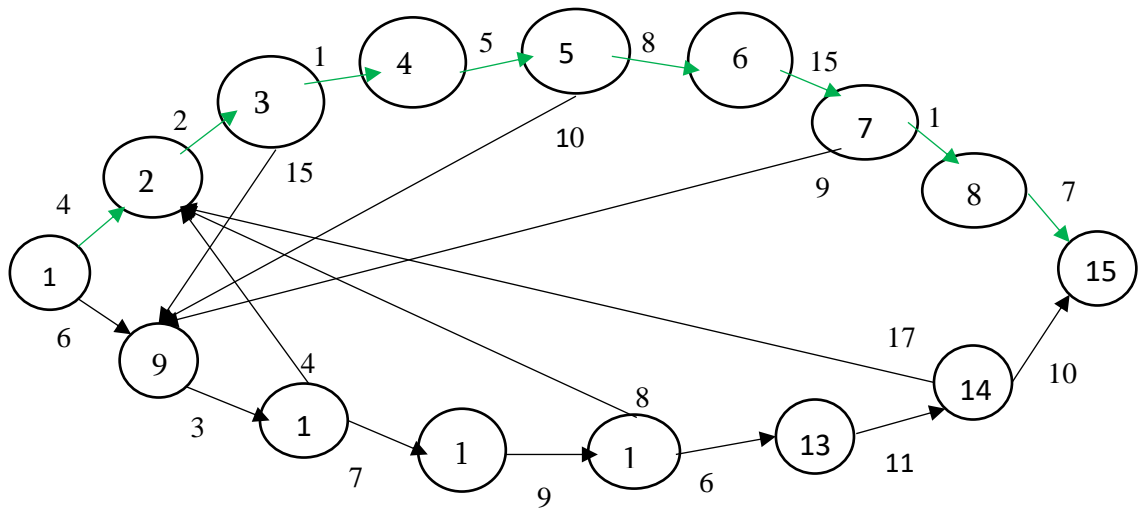
	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
X12	X13	X23	X24	X34	X35	X45	X46	X57	X67			L
	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0		0,34
	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
	1	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	1	1	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	1	0	-1	-1	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	1	1	0	-1	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
	0,3	0,04	0,15	0,39	0,154	0,18	0,5	0,6	0,12	0,22		

პასუხი: $L=0,34$, რაც იმას ნიშნავს, რომ ჯარიმების არარსებობის ალბათობამ $0,34$ შეადგინა, რაც არც ისე დამაიმედებელი მაჩვენებელია, ხოლო მინიმალური მანძილი არის შემდეგი:



ამოცანა. სამი ბილონის თავსატეხი

8 გალონიანი კასრი სავსეა სითხით. გვაქვს ორი ცარიელი კარსი 5 და 3 გალონიანი. აღნიშნული რვა გალონიანი სითხე უნდა გავანაწილოთ ორ კასრში თანაბრად. როგორ შეიძლება მიზნის მიღწევა ისე, რომ განაწილების რაოდენობა იყოს მინიმალური? პრობლემის მოსაგვარებლად წარმოდგენილი გვაქვს ქსელი. კვანძი განისაზღვრება სამმაგი ინდექსით, რომელიც წარმოადგენს სითხის რაოდენობას 8-, 5- და 3-გალონში, ქსელი იწყება კვანძით $(8, 0, 0)$ და მთავრდება სასურველი ხსნარის კვანძი $(4, 4, 0)$ -თ. ახალი კვანძი წარმოიქმნება მიმდინარე კვანძიდან სითხის განაწილებით ერთი კასრიდან მეორეში. ქსელი გვიჩვენებს სხვადასხვა მარშრუტებს, რომლებიც მიდიან სასტარტო კვანძიდან $(8, 0, 0)$ ბოლო კვანძამდე $(4, 4, 0)$. ორ თანმიმდევრულ კვანძს შორის რკალი წარმოადგენს ერთ გადაცემას და, შესაბამისად, შეიძლება ვივარაუდოთ, რომ აქვს სიგრძე 1 ერთეული.



პირველ რიგში შემოგვაქვს ცვლადი d_{ij} სადაც i - ქარის მანძილი ქსელს შორის; X_{ij} კი არის ბინალური ცვლადი $X_{ij} \in \{0, 1\}$ სადა

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{თუ } i \rightarrow j \\ 0, & \text{წინააღმდეგ შემთხვევაში} \end{cases}$$

მათემატიკური მოდელი:

მიზნის ფუნქცია:

$$L=4X_{12}+6X_{19}+2X_{23}+X_{34}+\dots+\dots+ 10X_{t+15} \rightarrow \min$$

შეზღუდვები:

$$X_{12} + X_{19} = 1$$

$$X_{12} + X_{102} + X_{122} + X_{142} - X_{23} = 0$$

$$X_{23} - X_{34} - X_{39} = 0$$

$$X_{34} - X_{45} = 0$$

$$X_{45} - X_{56} - X_{59} = 0$$

$$X_{56} - X_{67} = 0$$

$$X_{67} - X_{78} - X_{79} = 0$$

$$X_{78} - X_{815} = 0$$

$$X_{19} + X_{39} + X_{59} + X_{79} - X_{910} = 0$$

$$X_{910} - X_{102} - X_{1011} = 0$$

$$X_{1011} - X_{1112} = 0$$

$$X_{1112} - X_{122} - X_{1213} = 0$$

$$X_{1213} - X_{1314} = 0$$

$$X_{1314} - X_{142} - X_{1415} = 0$$

$$X_{815} + X_{1415} = 1$$

$$X_{ij} \rightarrow \text{bin}$$

ამოვხსნათ ექსელში:

ავაგოთ შეზღუდვების შესაბამისი მატრიცა:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
1	X12	X19	X23	X34	X39	X45	X56	X59	X67	X78	X79	X815	X910	X102	X1011	X1112	X122	X1213	X1314	X142	X1415
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3																					
4																					
5	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
7	0	0	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	-1	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	-1	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
20																					
21	4	6	2	1	15	5	8	10	15	1	9	7	3	4	7	9	8	6	11	17	10
22																					
23																					
24																					

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
12	X19	X23	X34	X39	X45	X56	X59	X67	X78	X79	X815	X910	X102	X1011	X1112	X122	X1213	X1314	X142	X1415		L	
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		158
	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	1
	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	3	0	0
	0	0	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0
	0	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	-1	-1	0	0	-1	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	-1	-1	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	1
	4	6	2	1	15	5	8	10	15	1	9	7	3	4	7	9	8	6	11	17	10		

მივიღეთ შემდეგი პასუხი:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	
X12	X19	X23	X34	X39	X45	X56	X59	X67	X78	X79	X815	X910	X102	X1011	X1112	X122	X1213	X1314	X142	X1415		L	
1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	43	
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
0	0	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	-1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
4	6	2	1	15	5	8	10	15	1	9	7	3	4	7	9	8	6	11	17	10			

პასუხი: L=43

